

XXIII NUDNA MATEMATYKA

KLASA I SZKOŁY PONADGIMNAZJALNE – półfinał

ZADANIE 1

Zaczynamy od dowolnego punktu o współrzędnych (x_0, y_0) , gdzie $x_0 \neq 0, y_0 \neq 0$. Następny punkt ma współrzędne (x_1, y_1) , gdzie $x_1 = \frac{x_0-1}{x_0}$, a $y_1 = \frac{1}{y_0}$. Następny punkt ma współrzędne (x_2, y_2) , gdzie $x_2 = \frac{x_1-1}{x_1}$, a $y_2 = \frac{1}{y_1}$ itd. Początkowy punkt o współrzędnych (x_0, y_0) zmienił swoje położenie n razy. Jakie są jego współrzędne (x_n, y_n) (jak można je zapisać używając jedynie symboli x_0, y_0 oraz działań arytmetycznych) jeśli:

- a) $n = 4$,
- b) $n = 33$,
- c) $n = 2014$?

ZADANIE 2

Sześciokąt foremny chcemy podzielić na n przystających trójkątów równoramiennych, które nie są trójkątami równobocznymi.

Podaj wszystkie wartości $n < 100$, dla których taki podział jest możliwy.

ZADANIE 3

Niech $K = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot n!$, gdzie $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, a $n!$ oznacza iloczyn wszystkich liczb naturalnych od 1 do n . Dla jakich n :

- a) cyfra jedności iloczynu K jest różna od zera?
- b) iloczyn K kończy się w zapisie dziesiętnym dokładnie czterema zerami?
- c) iloczyn K kończy się w zapisie dziesiętnym co najmniej dziesięcioma zerami, ale nie więcej niż dwudziestoma zerami?
- d) iloczyn K kończy się w zapisie dziesiętnym co najmniej setką zer?